**第三讲：二元一次方程组相关应用及三元一次方程组**

**一、课程目标**

1.熟练掌握用方程组解决和差倍分、配套、工程、路程、销售等一系列实际问题。

2.理解三元一次方程组的含义，以及解三元一次方程组的简单方法。

**二、课程内容**

**知识点一：列二元一次方程组解实际问题**

**1、 列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤：**

（1）审题：找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系．

（2）设元：找出题中的两个关键的未知量，并用字母表示出来．

（3）列方程组：挖掘题目中的关系，找出两个等量关系，列出方程组．

（4）解方程组：将方程组的解求出来。．

（5）检验作答：检验所求解是否符合实际意义，并作答．

**2、 设元的方法：直接设元与间接设元．**

许多实际问题既可以用方程求解，也可以用方程组来求，方程组求解常比单独设一个未知数建立一元一次方程更容易表示相等关系，但解方程组稍微繁琐，这是它们各自的优缺点.

当问题较复杂时，有时设与要求的未知量相关的另一些量为未知数，即为间接设元．无论怎样设元，设几个未知数，就要列几个方程．

**注**：a.在“设”和“答”时，注意写清楚单位.

b.在列方程组时，要注意等号左、右两边单位的统一.；

c.在求得方程组的解后，不但要代入方程组中每一个方程进行检验，而且要判断结果是否符合实际。

**3、 二元一次方程（组）解应用题的类型有：**

（1）配套分配问题：加工成比例

（2）行程问题：相遇问题；追及问题；航行问题.（路程=速度×时间）

（3）工程问题：（①工作量=人均效率×人数×时间；②如果一件工作分几个阶段完成，那么各阶段的工作量的和=工作总量）；

（4）销售问题：（利润=售价﹣进价，利润率=利润/进价×100%）；

（5）周长面积问题

（6）和差倍分问题

（7）其它问题:盈亏问题、阶梯收费问题

**题型一 配套分配问题**

**例1** 一张方桌由一个桌面和四条桌脚组成，如果一立方米木材可制作方桌的桌面50个，或制作桌腿300条，现有5立方米木料，那么用多少木料做桌面，用多少木料做桌腿，恰好配成方桌多少张？

【思路分析】本题的等量关系为：做桌面的木料+做桌腿的木料=5；桌面数量×4=桌腿数量．

解：桌面用木料x立方米，桌腿用木料y立方米，则

 解得

50x=150．

答：桌面3立方米，桌腿2立方米，方桌150张．

【总结提示】本题需注意第二个等量关系应该为：数量少的乘4才和数量多的相等．

**配套练习1** 车间里有90名工人，每人每天能生产螺母24个或螺栓15个，若一个螺栓配两个螺母，那么应分配多少人生产螺栓，多少人生产螺母才能使螺栓和螺母正好配套？

【思路分析】可以设人生产螺栓，人生产螺母，根据总人数90人及螺丝和螺母的配套关系可得到两个方程，解方程组即可．

【解】解：设应分配人生产螺栓，人生产螺母，根据题意得：

，解得．

答：应分配40人生产螺栓，50人生产螺母才能使螺栓和螺母正好配套．

【总结提示】解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程组，再求解．利用二元一次方程组求解的应用题一般情况下题中要给出两个等量关系，准确的找到等量关系并用方程组表示出来是解题的关键．

**题型二 行程问题**

**例2** 甲乙二人都以不变的速度在400米长的环形跑道上跑步，如果同时同地出发，同向而行，则10分钟时甲追上乙；相向而行，则5分钟时甲乙相遇．求甲乙二人跑步的速度．若设甲的速度为米/分，乙的速度为米/分，则可列方程组（　　）

A． B．

C． D．

【思路分析】根据“同时同地出发，同向而行，则10分钟时甲追上乙；相向而行，则5分钟时甲乙相遇”这两个等量关系列出方程即可．

【解】解：设甲的速度为米/分，乙的速度为米/分，

根据题意得：，

故选：B．

【总结提示】本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组的知识，解题的关键是正确的找到题目中两个比较重要的等量关系．

**配套练习2** 两地相距280千米，一艘船在其间航行，顺流航行了14小时，逆流航行了20小时，求这艘轮船在静水中的速度和水的流速？

【思路分析】设这艘轮船在静水中的速度为千米/小时，水的流速为千米/小时，根据顺流航行了14小时，逆流航行了20小时，列方程组求解．

【解】解：设这艘轮船在静水中的速度为千米/小时，水的流速为千米/小时，

由题意得，，解得：．

答：这艘轮船在静水中的速度为17千米/小时，水的流速为3千米/小时．

【总结提示】本题考查了二元一次方程组的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程组求解．

**题型三 工程问题**

**例3** 甲、乙两人做同样的零件，如果甲先做1天，乙再开始做，5天后两人做的一样多，如果甲先做30个，乙再开始做，4天后乙反而比甲多做10个．设甲每天做个，乙每天做个，则可列出的方程组是（　　）

A． B．

C． D．

【思路分析】此题中的等量关系有：①甲先做一天，乙再开始做5天后两人做的零件一样多；②甲先做30个，乙再开始做，4天后乙反比甲多做10个．

【解】解：根据甲先做一天，乙再开始做5天后两人做的零件一样多，得方程 ；

根据甲先做30个，乙再开始做，4天后乙反比甲多做10个，得方程 ．

方程组为：

故选：A．

【总结提示】本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，解题的关键是从题目中找到两个等量关系并列出方程组．

**配套练习3** 小兰在玩具厂劳动，做4个小狗、7个小汽车用去3小时42分，做5个小狗、6个小汽车用去3小时37分．平均做一个小狗与1个小汽车各用多少时间？

设做1个小狗用分，做1个汽车用分，填写下表，并求出、的值．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 小狗 | 小汽车 | 总数 |
| 用时 |  |  |  |
| 用时 |  |  |  |

【思路分析】根据做4个小狗、7个小汽车用去3小时42分，做5个小狗、6个小汽车用去3小时37分即可列出两个方程，求解即可．

【解】解：根据题意得： ， 解得．

表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 小狗 | 小汽车 | 总数 |
| 用时 |  |  |  |
| 用时 |  |  |  |

【总结提示】本题考查了二元一次方程组的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程组，再求解．

**题型四 销售、利润和储蓄问题**

**例4** 五一前夕，某超市促销，由顾客抽奖决定折扣，某顾客购买甲乙两种商品，分别抽到七折（按售价70%）和九折销售，共付款386元，这两种商品原销售之和为500元，则甲乙两种商品原销售价分别为　　、　　．

【思路分析】根据题意可知，本题中的等量关系是：以7折优惠价购买甲种商品所付钱数+以9折优惠价购买乙种商品所付钱数=386元，甲种商品原价+乙种商品原价=500元．根据这两个等量关系可以列出方程组，然后求解即可．

【解】解：设甲、乙两商品的原价分别是元，元，则

，解得．

故答案为：320元；180元

【总结提示】本题主要考查了二元一次方程组的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程组，再求解．

**配套练习4** 在当地农业技术部门指导下，小明家增加种植菠萝的投资，使今年的菠萝喜获丰收．下面是小明爸爸、妈妈的一段对话，请帮小明计算出他们家菠萝收入多少钱？



【思路分析】先设小明家去年种植菠萝的收入为元，投资元，根据总收入﹣总投资=净利润，列出方程组，求出，的值，再根据今年的投资情况进行计算即可．

【解】解：设小明家去年种植菠萝的收入为元，投资元，根据题意得：

， 解得：，

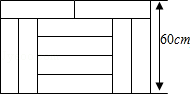
则小明家今年菠萝的收入应为： （元）．

答：小明家今年的菠萝收入为16200元．

【总结提示】此题考查了二元一次方程组的应用，读懂题意，找出之间的数量关系，列出方程，求出，的值是本题的关键，用到的知识点是：总收入﹣总投资=净利润．

**题型五 周长面积问题**

**例5** 如图，宽为60cm的矩形图案由10个完全一样的小长方形拼成，则其中一个小长方形的周长为（　　）



A．60cm B．120cm C．312cm D．576cm

【思路分析】根据矩形的两组对边分别相等，可知题中有两个等量关系：小长方形的长+小长方形的宽=60，小长方形的长×2=小长方形的长+小长方形的宽×4，根据这两个等量关系，可列出方程组，再求解．

【解】解：设一个小长方形的长为cm，宽为cm，

由图形可知，， 解得：．

所以一个小长方形的周长为：．

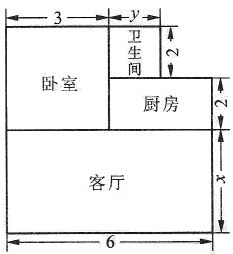
故选B．

【总结提示】此题考查了二元一次方程组的应用，解答本题关键是弄清题意，看懂图示，找出合适的等量关系，列出方程组．

**配套练习5** 小王购买了一套经济适用房，他准备将地面铺上地砖，地面结构如图所示．根据图中的数据（单位：），解答下列问题：

（1）用含、的代数式表示地面总面积；

（2）已知地面总面积是卫生间面积的15倍，且客厅面积比卫生间面积多．如果铺地砖的平均费用为80元，那么铺地砖的总费用为多少元？



【思路分析】（1）设客厅的宽是，卫生间的宽是，根据长方形的面积=长×宽，表示出总面积．

（2）设客厅的宽是，卫生间的宽是，根据已知客厅面积比卫生间面积多21平方米，且地面总面积是卫生间面积的15倍．若铺1平方米地砖的平均费用为80元，列出方程组求解．

【解】解：（1）设客厅的宽是，卫生间的宽是，

地面的总面积为：；

（2）由题意得， 整理得：， 解得：，

∴地面总面积为：，

∴铺地砖的总费用为：．

答：那么铺地砖的总费用为3600元．

【总结提示】本题主要考查了二元一次方程组的应用的知识，关键是能用和表示各部分的面积，且长方形的面积=长×宽，求出总面积可求出总费用，此题难度一般．

**题型六 和差倍分问题**

**例6** 古代有这样一个寓言故事：驴子和骡子一同走，它们驮着不同袋数的货物，每袋货物都是一样重的，驴子抱怨负担太重，骡子说：“你抱怨干嘛？如果你给我一袋，那我所负担的就是你的两倍；如果我给你一袋，我们才恰好驮得一样多！”那么驴子原来所驮货物的袋数是多少？

【思路分析】根据题意可知，本题中的相等关系是“如果你给我一袋，那我所负担的就是你的两倍”和“如果我给你一袋，我们才恰好驮的一样多”，列方程组求解即可．

【解】解：设驴子原来所驮货物的袋数是，骡子原来所驮货物的袋数是．

由题意得， 解得．

答：驴子原来所驮货物的袋数是5．

【总结提示】考查了二元一次方程组的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程组，再求解．利用二元一次方程组求解的应用题一般情况下题中要给出2个等量关系，准确的找到等量关系并用方程组表示出来是解题的关键．

**配套练习6** 手牵着手，心连着心．某省发生严重洪涝灾害，灾区牵动着全中国人民的心．某校团支部发出为灾区捐款的倡议后，全校师生奉献爱心，踊跃捐款，已知全校师生共捐款4万5千元，其中学生捐款数比老师捐款数的2倍少9千元，该校老师和学生各捐款多少元？

【思路分析】本题中有两个等量关系：老师捐款数+学生捐款数=4万5千，学生捐款数=2×老师捐款数﹣9千．设两个未知数，根据以上等量关系列出二元一次方程组．

【解】解：设老师捐款元，学生捐款元．则

 ， 解得：．

答：该校老师捐款18 000元，学生捐款27 000元．

【总结提示】本题考查了二元一次方程组的应用．解题关键是弄清题意，合适的等量关系，列出方程组．

**题型七 其它类型问题**

**（盈亏问题）**一张试卷只有25道选择题，做对一题得4分，做错1题倒扣1分，某学生做了全部试题共得70分，他做对了（　　）道题．

A．17 B．18 C．19 D．20

【思路分析】首先假设做对道题，做错道题．等量关系：①共25道选择题；②一共得70分．

【解】解：设做对了道，做错了道，

则，解得．即答对了19道．

故选：C．

【总结提示】此题主要考查了二元一次方程组的应用，解题关键是弄清题意，找到合适的等量关系．难点是设出相应的未知数．

**（阶梯收费问题）**为了鼓励市民节约用电，某市对居民用电实行“阶梯收费”（总电费=第一阶梯电费+第二阶梯电费）．规定：用电量不超过200度按第一阶梯电价收费，超过200度的部分按第二阶梯电价收费．如图是张磊家2015年9月和10月所交电费的收据，则该市规定的第一阶梯电价和第二阶梯电价分别为每度（　　）元。



A．0.5元、0.6元 B．0.4元、0.5元 C．0.3元、0.4元 D．0.6元、0.7元

【思路分析】设第一阶梯电价每度元，第二阶梯电价每度元，分别根据9月份和10月份的电费收据，列出方程组，求出和值．

【解】解：设第一阶梯电价每度元，第二阶梯电价每度元，

由题意可得，，解得．

即：第一阶梯电价每度0.5元，第二阶梯电价每度0.6元．

故选：A．

【总结提示】本题考查了二元一次方程组的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程组求解．

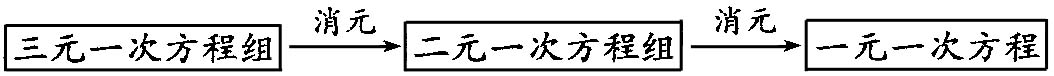
**知识点二 三元一次方程组**

**1.三元一次方程的定义**

含有三个未知数，并且含有未知数的项的次数都是1的整式方程．如， 等都是三元一次方程．

**2.解三元一次方程组的基本思路**

通过“代入”或“加减”消元，把“三元”化为“二元”．使解三元一次方程组转化为解二元一次方程组，进而转化为解一元一次方程．其思想方法是：



注：有些特殊的方程组可用特殊的消元法，解题时要根据各方程特点寻求其较简单的解法．

**例1** 解方程组．

【思路分析】方程组利用加减消元法求出解即可．

【解】解：①+②×2得： ，

②×3﹣③得：，

④﹣⑤×2得：，即，

将代入④得：，即，

将，代入①得：，即，

则方程组的解为．

【总结提示】此题考查了解三元一次方程组，利用了消元的思想，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

**配套练习1** 解方程组．

【思路分析】先变形得出，设，，，代入得出方程，求出即可．

【解】解：，，

设，，，∵，∴，，

∴，，，故方程组的解是．

【总结提示】本题考查了解三元一次方程组的应用，解此题的关键是得出关于的方程．

**三、课程总结**

**学霸秘籍：**

**四、家庭作业**

**作业1：**定制个性化习题15道

**作业2：**李老师发布的自定义习题